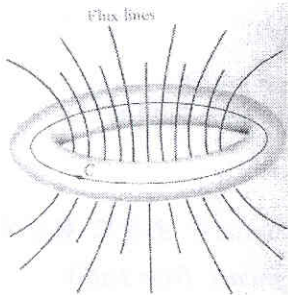


Chaper 12.

Super conductivity

$R \rightarrow 0$ 1911 ^초에서



Experimental survey
electrical properties

Without attenuating
File and Mills

precision nuclear magnetic resonance method
 $T > 100,000$ years

Magnetic Properties

magnetic field가 밖으로 나간다 - Meissner effect라 한다.

superconducting state는 ordered state

$T > T_c$ disordered state

Occurance of superconductivity ^특

Metal, alloy, intermetallic compound, doped semiconductors

23.2K ————— 0.001

Nb₂Ge Rh

f-band electron : exotic superconductor

Press를 가해도 Si 165kbar $T_c = 8.3K$

Nonmagnetic metallic element 만이 초전도가된다.

T_c 가 매우작으면 조금의 paramagnetic element도 T_c 를 낮춘다.

$10^{-4}Fe$ 는 M_0 의 초전도를 깬다. ($T_c = 0.92K$)

Destruction of Superconductivity by Magnetic field

strong magnetic field가 초전도를 깬다.

$H_c(T)$ 라 한다.

$H_c(T_c=0)$

Meissner effect

Meissner and Ochsenfeld

$B=0$

$$B = B_a + 4\pi M = 0 \quad \therefore \frac{M}{B_a} = -\frac{1}{4\pi}$$

초전도연구단
단장 이성익

Ohm의 법칙 $\vec{E} = \rho \vec{j}$
 $\rho \rightarrow 0 \quad \therefore E=0$

$\nabla \times \vec{D} = 4\pi \rho$ $E=0 \quad \therefore \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

B의 변화가 없어야 한다.

$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi \vec{J}$

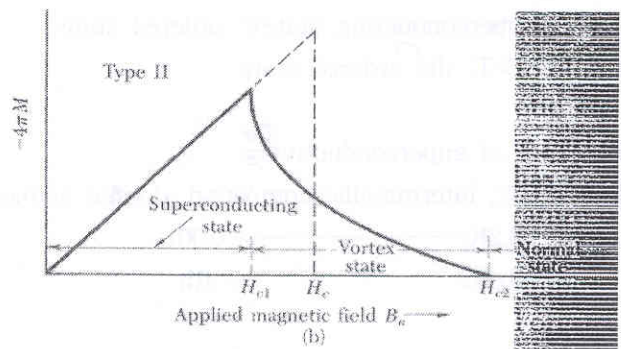
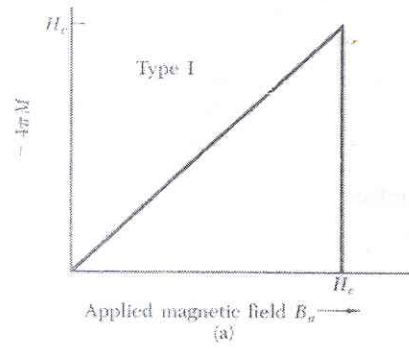
Cooling을 하더라도 ^{magnetic} field의

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

변화는 없어야 한다.

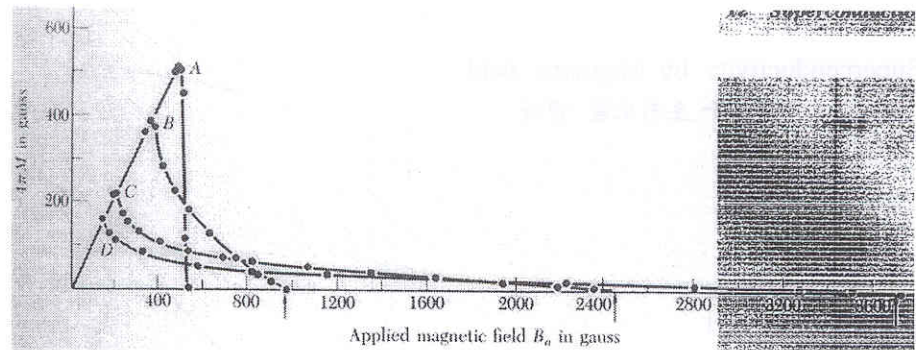
Meissner effect는 essential한 초전도 현상이다.

초전도: perfect conductor ($l \rightarrow \infty$) (l : mean free path)



Applied magnetic field

Hc가 너무작아 초전도 응용이 어렵다. > 보통 alloy, transition metal중 normal 상태의 저항이 큰물질 이용.



weight percentape 가 커질수록
 indium의 weight percentage 클수록

Type II

초전도 electrical properties : H_{c2} 까지

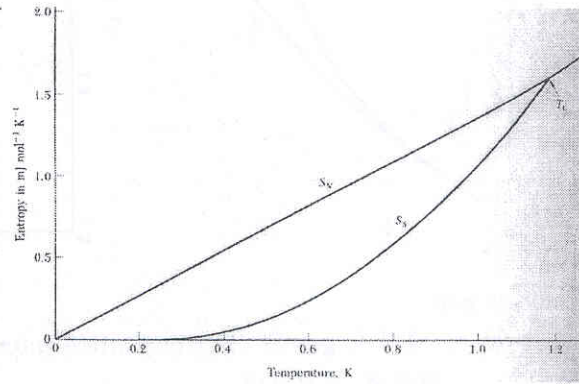
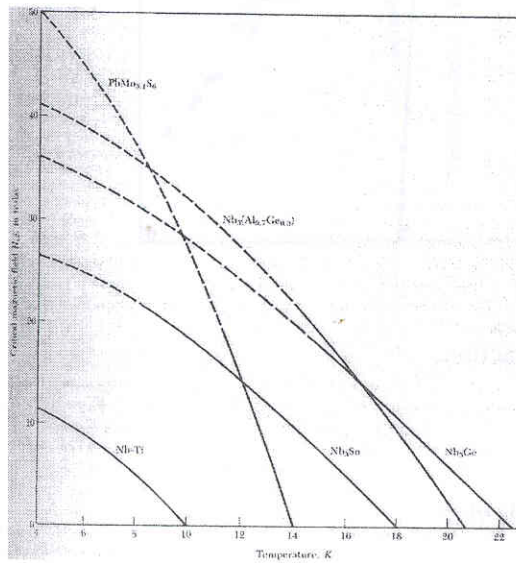
$H_c < H < H_{c2}$ 에서는 $B \neq 0$ Meissner effect는 incomplete

H_{c2} 는 H_c 의 100배보다도 클 수 있다.

flux line의 뚫고 지나갈 수 있기에 Vortex state라 불리 운다.

H_{c2} Nb, Al, Ge의 alloy (4.2K) 41 tesla 까지 얻음

PbMo₆S₈ 54 tesla



Commercial solenoid :

high steady field over 100kG

hard super conductor는

hysteresis가 크다.

이런 물질은 응용성이 크다.

Heat capacity

모든 초전도체는 $T < T_c$ 에서 entropy가 매우 감소한다.

초전도 state가 normal state 보다 더 ordered 되어 있다.

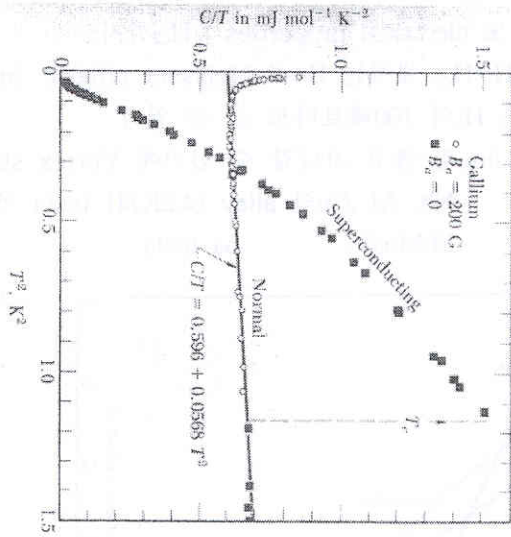
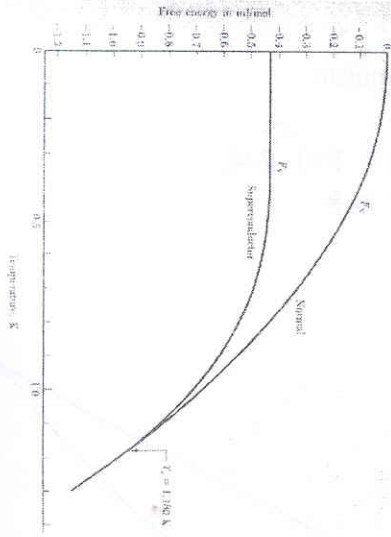
Entropy의 change $10^{-4} k_B$ 밖에는 안된다.

결국 매우 작은 양만큼이 초전도현상에 참여한다.

$$C \sim \text{Exp} \left(-\frac{A}{T} \right) \text{ from}$$

expectation of electrons
across an energy gap

초전도연구단
단장 이 성 익



Energy gap

이 에너지 gap은 electron-lattice interaction 때문에 생겨난다.

heat capacity : $e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$ 임.

optical and tunneling gap에서 얻은 gap과 비교

- ⇒ 2nd order phase transition 이다.
- ⇒ latent heat가 없다.

Macrowave and Infrared Properties

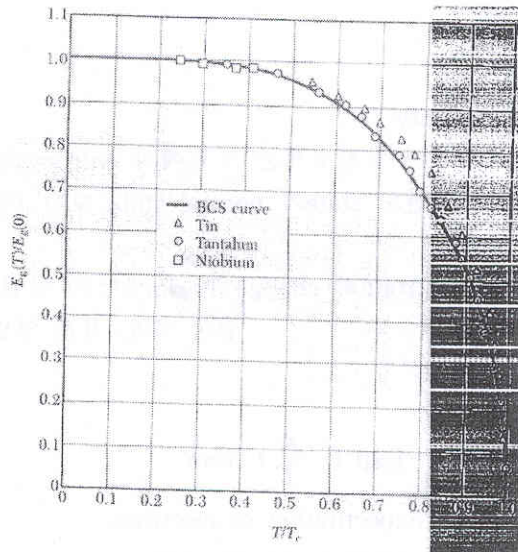


20Å 정도로 만들고
thin film에서 초전도체에서
normal보다 더 많은
photon이 지나간다.

$\omega_0 < \Delta$ 초전도 $\frac{\omega}{\Delta}$ 이 없어진다.

초전도 저항이 gap energy($\omega = \Delta$)일 때 갑자기 나타난다.

Photons of lower energy : resistanceless surface



온도가 올라가면
 Δ 가 준다
 $\omega < \Delta$ 이어도 저항이 나타난다.(except $\omega=0$)

finite frequency에서 초전도 전자의 inertia 때문에
 전기장을 Complete Screening 못한다.

Isotope effect

Mercury T_c 4.185K to 4.146
 Isotope를 변화 199.5 203.4
 $M^{-1} T_c = \text{const}$

그러면 electron lattice interaction이다.

$$\text{BCS. } T_c \propto \theta_{\text{Debye}} \propto M^{-\frac{1}{2}}$$

Theoretical survey

Landau - Ginzburg eq] 현상론이다.
 London eq -

Quantum theory of superconductivity

Bardeen, Cooper, Schrieffer] 초전도 wave 함수의 중요성 발견
 Josephson and Anderson -

Thermodynamics of Superconducting transition

N	—————	S	type I
	thermodynamically		complete Meissner effect
	reversible		B=0
물	—————	얼음	Hc가 중요 상수
			초전도, normal 상태
			의 free energy 차이를
			알 수 있다.

free energy의 stable는
 Calorimetric, magnetic measurement로 알 수 있다.

Magnetic method로 stabilization free energy 잰다.

$$W = - \int_0^{B_a} \vec{M} \cdot d\vec{B}_a$$

Thermodynamic identity

$$dF = - \vec{M} \cdot d\vec{B}$$

$$= \frac{1}{4\pi} B_a dB_a$$

$$F_s(B_a) - F_s(0) = \frac{B_a^2}{8\pi}$$

Normal nonmagnetic metal

$M = 0$ (작은 paramagnetic contribution zero)

$$F_s(B_{ac}) = F_N(0)$$

$$F_N(0) = F_s(B_{ac}) = F_s(0) + \frac{1}{8\pi} B_{ac}^2$$

$$\Delta F = F_N(0) - F_s(0) = \frac{B_{ac}^2}{8\pi}$$

$$\Delta F = \frac{(105)^2}{8\pi} = 439 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-3} \quad (\text{aluminum})$$

(105 gauss) ~ thermal measurement : 430 erg · cm⁻³

실험적으로 $\frac{dF}{dT} = 0$ at Tc ∴ latent heat 가 없다.

London equation

Meissner effect를 어떻게 유도하나?

maxwell eQ을 바꾸지 말자

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

가정1. 초전도 Current와 \vec{A} 는 직접 비례한다.

$$\vec{j} = - \frac{c}{4\pi \lambda_L^2} \vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{j} = - \frac{c}{4\pi \lambda_L^2} \nabla \times \vec{A} = - \frac{c}{4\pi \lambda_L^2} \vec{B}$$

Maxwell eq

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad \text{under static condition}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \frac{4\pi}{c} \nabla \times \vec{j}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \left(-\frac{c}{4\pi \lambda_L^2}\right) \vec{B}$$

$$\therefore \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} = 0$$

$$B(x) = B(0)\text{Exp}(-x/\lambda_L) \quad \lambda_L : \text{London penetration depth}$$

$$\lambda_L = \sqrt{mc^2/4\pi nq^2}$$

coherence length

ξ : 초전도 전자 concentration이 drastically 변하지 않는 상태

London eq은 local equation이다.

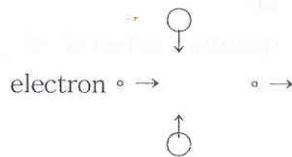
δ 와 A가 같은 점에서 결정된다.

δ 는 A의 ξ average로 표시된다.

BCS theory of superconductivity

1. electron 사이의 attraction에 의해 ground state와 excited state 사이에 energy gap이 존재한다.

2. electron - lattice-electron interaction이 gap을 만든다.



second electron이 deformed lattice에 의해 힘을 받는다.

3. penetration depth와 coherence length는 BCS theory의 자연스런 결과

4. ∴ Meissner effect 설명

$D(\epsilon_F)$: density of state of Fermi energy

u : electron-lattice interaction

$uD(\epsilon_F) \ll 1$ 이면 BCS이론은

$$T_c = 1.14 \theta \text{Exp}\left(-\frac{1}{uD(\epsilon_F)}\right)$$

θ : Debye 온도

u : attractive interaction

저항이 크면

u 가 크고 T_c 가 높아진다.

5. Magnetic flux through superconducting ring

charge가 ze 이다. pair charge

BCS ground state

filled Fermi sea : ground state of a Fermi gas of noninteracting electron

약간의 attractive force가 있어도 ground state가 달라진다.

그리고 에너지 gap이 생겨난다.

풀어보면 BCS ground state는 K.E가 Fermi state 보다 크다.

그러나 attractive potential이 total 에너지를 낮게한다.

BCS : one partial orbital state : 두 개의 electron으로 구성되어있다.

(+k, ↑), (-k, ↓)

이러한 pair는 Cooper pair라 불리운다.

spin zero, 인 Boson으로 불리운다.

Flux Quantization flux는 다음의 수배로 표시된다.

$$\frac{2\pi\hbar c}{8} = \frac{2\pi\hbar c}{2e} = \frac{\pi\hbar c}{e} = \frac{hc}{2e}$$

flux quantization은 long range quantum effect의 예

Electrical field intensity $E(\vec{r})$

total number of photon

$$\frac{E^*(\vec{r})E(\vec{r})}{4\pi} \approx n(\vec{r})\hbar\omega$$

$n(\vec{r})$: number density of photons of frequency ω

$$E(\vec{r}) \approx (4\pi\hbar\omega)^{1/2} \cdot n(\vec{r})^{1/2} \cdot e^{i\theta(\vec{r})}$$

$$E^*(\vec{r}) \approx (4\pi\hbar\omega)^{1/2} \cdot n(\vec{r})^{1/2} \cdot e^{-i\theta(\vec{r})}$$

$\theta(\vec{r})$: phase of the field

전자에는 이러한 이야기를 할수 없다.

single unpaired fermion

Boson Gas Cooper pair

$$n = \Psi^*\Psi = \text{const}$$

$$\Psi = n^{1/2} e^{i\theta(\vec{r})}$$

$$n = \frac{\text{electron}}{2} \text{의 concentration}$$

$$\Psi^* = n^{1/2} e^{-i\theta(\vec{r})}$$

The velocity of a particle

$$V = \frac{1}{m} \left(\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right) = \frac{1}{m} \left(-i\hbar \nabla - \frac{q}{c} \vec{A} \right)$$

particle flux

$$n\Psi^* \nabla \Psi = \frac{n}{m} \left(\hbar \nabla \theta - \frac{q}{c} \vec{A} \right)$$

$$\nabla \times \vec{j} = -\frac{nc^2}{mc} \vec{A} \text{ 와 constant하다.}$$

Quantization of the magnetic flux through a ring

Meissner effect : 초전도 안에서는 B=0 and j=0

$$\hbar c \nabla \theta = \vec{A}$$

$$\oint \nabla \theta \cdot dl = \theta_2 - \theta_1 = 2\pi s$$

$$\oint \frac{\hbar c \vec{A}}{\hbar c} \cdot dl = + \frac{\hbar c}{\hbar c} \oint \nabla \times \vec{A} \cdot dA = + \frac{\hbar c}{\hbar c} \Phi$$

$$\therefore \Phi = + \frac{2\pi s \hbar c}{q} = \frac{\hbar c}{2e}$$

$$\Phi = 2.0678 \times 10^{-7} \text{ gauss} \cdot \text{m}^2$$

$$= 2.0678 \times 10^{-15} \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2 \quad \text{called fluxoid}$$

Duration of Persistent Current

한 개의 fluxoid가 밖으로 빠져나올 확률

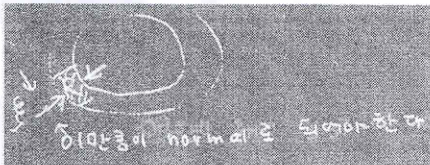
$$P = \text{Attempted freq} \cdot e^{-\Delta F/k_B T}$$

unit time에

튀어나올 확률

$$\Delta F = \frac{H_c^2}{8\pi} \xi^2 R = \frac{10^3 G}{8\pi} \cdot (10^{-4} \text{cm})^2 (10^{-4} \text{cm})$$

$$\cong 10^{-7} \text{ erg}$$



T를 0과 0.8T_c 사이로 잡자

$$\text{Exp}\left(-\frac{\Delta F}{k_B T}\right) \sim \text{Exp}\left(\frac{10^{-7}}{(0.8) \times T_c \times k_B}\right)$$

$$k_B T_c = 10^{16} \text{ erg} \cdot \text{K}^{-1} \sim \text{Exp}\left(-\frac{10^{-7}}{10^{-15}}\right) \sim e^{10^{+8}} \quad (\text{책 } 10^{-4.38 \times 10^7})$$

$$\text{attempted to charge state} \sim \frac{E_g}{\hbar} = \frac{10^{-15} \text{ erg}}{6.6 \times 10^{-27}} = 10^{12}$$

$$P \sim 10^{12} \cdot 10^{-4.34 \times 10^7} \cong 10^{-4.34 \times 10^7} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Time } T = \frac{1}{P} = 10^{(-4.34 \times 10^7)} \cong 10^{10000000} \text{ sec}$$

Never leak out in the age of the universe : 10¹⁸sec

초전도연구단
단장 이 성

Type II 초전도

Meissner effect is entirely different

Thermal property가 비슷하다.

그러나 Meissner effect는 totally different

Type I : 완전히 제거 ————— 갑자기 들어옴

Type II : " ————— 천천히 들어옴 ————— 완전히 들어옴

coherence length > penetration depth 초전도 Type I

coherence length < penetration depth 초전도 Type II

Type I → Type II

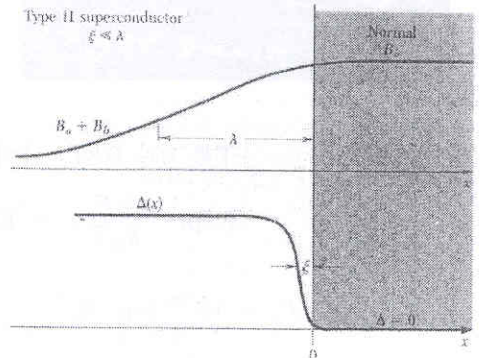
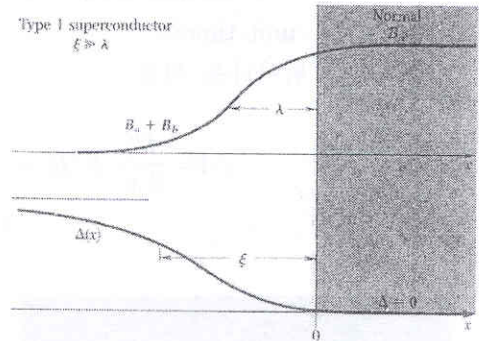
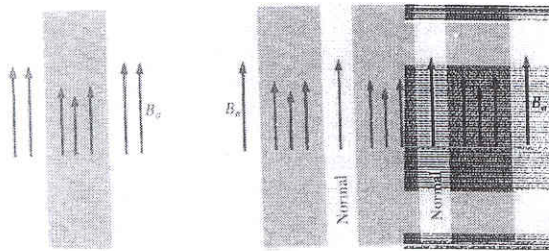
alloy를 가하면 된다.

2%Indium을 납에 넣으면 된다. T_c 는 매우 변한다.

납의 electric structure는 변하는 것이 없다.

Type II에서 Ginzburg, Landau, Abrikosov, Gorkov 기여한 사람

Strong field superconducting magnets



Type I : Surface 에너지 positive

Type II : Surface 에너지 negative

Type I field를 내보내야 에너지가 낮아진다.

그러나 parallel field에 대해서는

약간 Penetration 할 수 있다.

Vortex state

초전도체내에 normal 상태로 B field가

뚫고 지나가는 안정된 초전도체가 있을까?

Vortex에서 external magnetic field는 thin normal

region을 뚫고 지나갈 수 있다.

chemically, crystallographic difference는 없다

: Vortex state이다.

Vortex state는 stable하다.

「 surface energy가 negative 이기에 」

Type II superconductor는 어느정도 H fieldsp 대해서는

안정이 되어있다. $H_{c1} < H_c < H_{c2}$

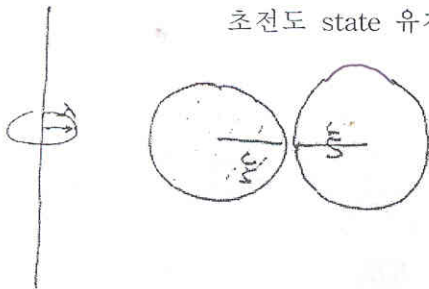
Estimation of H_{c1} and H_{c2}

하나가 들어가 λ 만큼 초전도 갭다.

$$H_{c1} \approx \Phi / \pi \lambda^2$$

H_{c2} : fluxoid는 packed together

초전도 state 유지



ξ 보다 더 파고 들어오면 초전도가 완전 깨진다.

012471(2)

H field 높이자

$$H_{c2} \approx \frac{\Phi}{\pi \xi^2}$$

H_{c1} , H_{c2} 는 있는데 H_c 가 의미 있다.

H_c 는 calorimetric measurement로 구한다.

H_{c1} , H_{c2} 를 H_c 로 표시 못하나?

Normal core 이기에 더 생기는 에너지

외부에서 가해주

에너지

$$f_{mag} = \frac{1}{8\pi} B_a^2 \times \pi \lambda^2$$

$$\frac{1}{8\pi} \cdot H_{c1}^2 \cdot \pi \lambda^2 = \frac{1}{8\pi} H_c^2 \cdot \pi \xi^2$$

이중 초전도가 깨지는데 드는 에너지

$$f_{core} = \frac{1}{8\pi} H_c^2 \cdot \pi \xi^2$$

초전도가 깨지기 위해

$$f_{mag} > f_{core}$$

a stable fluxoid를 형성하기 위해 서로 같아야 한다.

$$B_a = H_{c1} \Rightarrow B_a^2 \cdot \lambda^2 = H_c^2 \cdot \xi^2$$

$$\frac{H_{c1}^2}{H_c^2} = \frac{\xi^2}{\lambda^2} \quad \therefore \frac{H_{c1}}{H_c} = \frac{\xi}{\lambda}$$

Since $H_{c1} = \Phi_0 / \pi \lambda^2$

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \pi \lambda^2 H_{c1} \\ &= \pi \lambda^2 \frac{\xi}{\lambda} H_c \\ &= \pi \lambda \xi H_c \end{aligned}$$

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{\pi \xi^2}$$

$$\Phi_0 = \pi \xi^2 H_{c2}$$

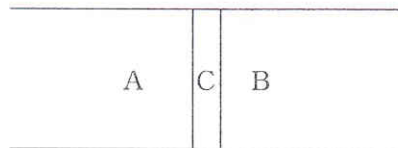
$$\Phi_0 = \pi \lambda^2 H_{c1}$$

$$\Phi_0 = \pi \lambda \xi H_c$$

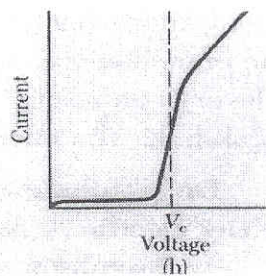
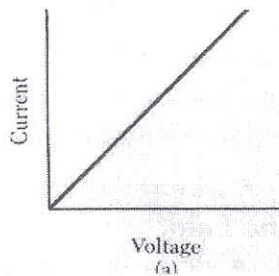
$$\therefore H_c = \sqrt{H_{c1} H_{c2}} \quad \text{and} \quad H_{c2} = \frac{\lambda}{\xi} H_c = K H_c$$

Single

particle Tunneling



Insulator 로 thickness가 10 - 20 Å 이면 tunneling이 일어난다.



Absolute no current flow until applied voltage가 $V = E_g / 2e = \Delta / e$ 가 될때까지

E_g 는 electron pair가 깨지는 breaking-up voltage이다.

$$eV = \Delta$$

Josephson Superconductor Tunneling

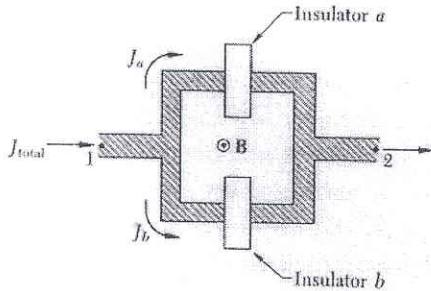
DC Josephson effect

: $B=0, E=0$ DC current가 흐른다.

AC Josephson effect

: $V \neq 0$ AC current가 흐른다.

Macroscopic long range Quantum interference



두 개의 Junction에 B field를 가하면 interference effect가 나타난다.

DC Josephson effect

Ψ_1	Ψ_2
sup	sup

서로 같은 초전도체라 가정하자

Time dependent Sch eq

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = \hbar T\Psi_2$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = \hbar T\Psi_1$$

Let $\Psi_1 = n_1^{1/2} e^{i\theta_1}, \quad \Psi_2 = n_2^{1/2} e^{i\theta_2}$

then

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = \frac{1}{2} n_1^{-1/2} \frac{\partial n_1}{\partial t} e^{i\theta_1} + i\Psi_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -iT\Psi_2 n_1^{1/2} e^{-i\theta_1}$$

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = \frac{1}{2} n_2^{-1/2} \frac{\partial n_2}{\partial t} e^{i\theta_2} + i\Psi_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = -iT\Psi_1 n_2^{1/2} e^{-i\theta_2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \frac{\partial n_1}{\partial t} + i \cdot n_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -iT\sqrt{n_1 n_2} e^{i(\theta_2 - \theta_1)} = -iT\sqrt{n_1 n_2} e^{i\delta}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial n_2}{\partial t} + i \cdot n_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = -iT\sqrt{n_1 n_2} e^{-i(\theta_2 - \theta_1)} = -iT\sqrt{n_1 n_2} e^{-i\delta}$$

Let $\delta = \theta_2 - \theta_1 = \theta_2 - \theta_1$
 Take real and imaginary

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = 2T(n_1, n_2)^{1/2} \sin \delta, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = -T \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{1/2} \cos \delta$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -2T(n_1, n_2)^{1/2} \sin \delta, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = -T \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{1/2} \cos \delta$$

If $n_1 = n_2 = n$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \quad \frac{\partial n_2}{\partial t} = -\frac{\partial n_1}{\partial t}$$

①에서 ②로의 Current flow는

$\frac{\partial n_2}{\partial t}$ 로 표시 된다.

$$\therefore J = J_0 \sin \delta = J_0 \sin(\theta_2 - \theta_1)$$

DC Josephson effect 이다.

AC Josephson effect

한 쪽에 Potential energy ρV

다른 쪽 Potential energy $-\rho V$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = \hbar i \Psi_2 - eV \Psi_1$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = \hbar i \Psi_1 - eV \Psi_2$$

아까 하고 똑 같은 방법을 쓴다.

$$\frac{1}{2} \frac{\partial n_1}{\partial t} + in_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = ieVn_1 \hbar^{-1} - iT(n_1 n_2)^{1/2} e^{i\delta}$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = 2T(n_1 n_2)^{1/2} \sin \delta$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \frac{eV}{\hbar} - T \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{1/2} \cos \delta$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial n_2}{\partial t} + in_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = ieVn_2 \hbar^{-1} - iT(n_1 n_2)^{1/2} e^{i\delta}$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -2T(n_1 n_2)^{1/2} \sin \delta$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = \frac{-eV}{\hbar} - T \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{1/2} \cos \delta$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial t}(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\partial \delta}{\partial t} = -\frac{2eV}{\hbar}$$

$$\delta(t) = \delta(0) - \frac{2eV}{\hbar} t$$

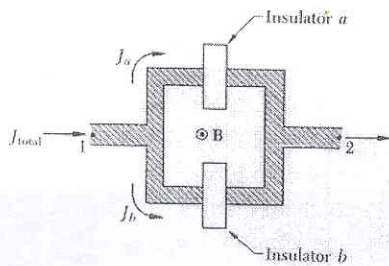
$$\therefore J = J_0 \sin \left[\delta(0) - \frac{2eV}{\hbar} t \right] \quad 1 \mu V \text{ 에 } 483.6 \text{ MHz}$$

Macroscopic Quantum interference

closed circuit

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{2e}{\hbar c} \Phi$$

flux is the sum of that due to external field and current



$$\delta_b - \delta_a = \frac{2e}{\hbar c} \Phi$$

$$\text{let } \delta_b = \delta_0 + \frac{e}{\hbar c} \Phi$$

$$\delta_a = \delta_0 - \frac{e}{\hbar c} \Phi$$

$$J_{total} = J_0 \left(\sin \left(\delta_0 + \frac{e}{\hbar c} \Phi \right) + \sin \left(\delta_0 - \frac{e}{\hbar c} \Phi \right) \right)$$

$$= 2J_0 \sin \delta_0 \cdot \cos \frac{e}{\hbar c} \Phi$$

Current varies with Φ , and has maxima

$$\frac{e\Phi}{\hbar c} = s\pi, \quad s = \text{integer}$$

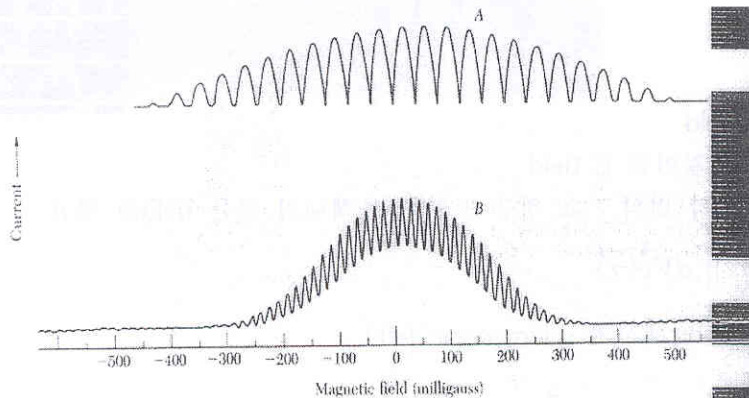


Figure 26 Experimental trace of J_{max} versus magnetic field showing interference and diffraction effects for two junctions A and B. The field periodicity is 39.5 and 16 mG for A and B, respectively.

magnetic field를 가하면 current가 변화한다.

초전도연구단
단장 이성익