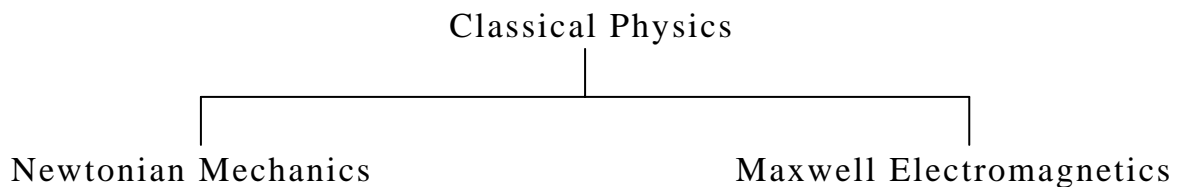


**POSTECH 이성익 교수의  
양자 세계에 관한 강연  
- 1장 -**

편집 도우미: POSTECH 학부생 정운영

# Chapter 1

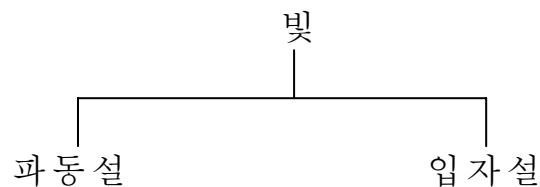
## The Emergence of Quantum Mechanics



Black Body Radiation }  
광전효과 } → 기존의 물리학으로 해결이 불가능  
Compton 효과 } (모두 빛과 관련된 문제들이다.)  
수소원자 }

20C 물리학은 ‘빛’이란 무엇인가? 에서 출발

{ 빛을 이해하면서 양자역학이 시작.  
{ 빛을 이해하면서 상대성 이론이 시작.



Maxwell에 의해 빛의 파동방정식이 제시되면서 파동설이 인정되었지만 이후 Compton 효과, 광전효과 같이 빛의 파동설에 위배되는 여러 현상들이 발견되었다. 후에 Einstein은 빛의 입자설을 다시 제안한다.

## Black Body Radiation

Black Body: 들어오는 에너지를 모두 다 흡수하는 가상의 물질.

$$u(\lambda, T) = \frac{4E(\lambda, T)}{c}$$

1894년 Wien,

$$u(\lambda, T) = \lambda^{-5} \cdot f(\lambda T)$$

$$u(\nu, T) = u(\lambda, T) \cdot \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right|$$

$$= u(\lambda, T) \cdot \left| \frac{d}{d\nu} \frac{c}{\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2} \cdot u(\lambda, T) = \frac{c}{\nu^2} \cdot \left( \frac{c}{\nu} \right)^{-5} \cdot f\left( \frac{cT}{\nu} \right)$$

$$= \frac{\nu^3}{c^4} \cdot f\left( \frac{cT}{\nu} \right) = \nu^3 \cdot g\left( \frac{\nu}{T} \right)$$

1. given T => any T
2. g가 maximum인 frequency

$$\frac{\nu_{\max}}{T} = \text{const.} \quad \lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

3. Wien's model

$$g\left( \frac{\nu}{T} \right) = c \cdot e^{-\beta\nu/T}$$

1900년 Rayleigh

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad \text{공식을 유도해 냄.}$$

$$k = 1.380658 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Total energy density is infinity!

1900년 Max Planck,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{-h\nu/kT} \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right)^{-1}$$

$$\cong \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{-h\nu/kT}$$

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}} = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT \frac{h\nu/kT}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Total Energy

$$u(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{kT}{h} \left(\frac{kT}{h} x\right)^3 dx$$

$$h\nu/kT = x \quad \nu = \frac{kT}{h} x \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{8\pi k^4}{h^3 c^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \int_0^\infty x^3 \frac{1}{e^x(1 - e^{-x})} dx = \int_0^\infty x^3 \frac{1}{e^x} \sum_{n=0}^\infty e^{-nx} dx$$

$$= \int_0^\infty x^3 \frac{1}{e^x} \sum_{n=1}^\infty e^{-(n-1)x} dx = \int_0^\infty x^3 \sum_{n=1}^\infty e^{-nx} dx$$

$$= \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty \left(\frac{y}{n}\right)^3 e^{-y} \frac{dy}{n} = \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^4} \int_0^\infty y^3 e^{-y} dy$$

$$= \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^4} \cdot 6 = \frac{\pi^4}{15}$$

$$= \alpha \cdot T^4 \quad (\text{Stefan Boltzman expression})$$

$$\alpha = 7.5662 \times 10^{-16} \text{ J} / \text{m}^3 \cdot \text{K}^4$$

Planck가 유도한 빛의 energy density

$$P(E) = \frac{e^{-E/kT}}{\sum e^{-E/kT}} \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$\bar{E} = \sum_E E \cdot P(E) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \epsilon e^{-n\epsilon/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon/kT}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \epsilon e^{-n\epsilon\beta}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon\beta}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{\partial}{\partial \beta} e^{-n\epsilon\beta}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon\beta}}$$

$$= \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta} \frac{1}{1-e^{-\beta\epsilon}}}{\frac{1}{1-e^{-\beta\epsilon}}} = \frac{\frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{(1-e^{-\beta\epsilon})^2}}{\frac{1}{1-e^{-\beta\epsilon}}} = \frac{\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1-e^{-\beta\epsilon}} = \frac{\epsilon}{e^{\beta\epsilon} - 1} = \frac{\epsilon}{e^{\epsilon/kT} - 1}$$

### Photoelectric Effect

1. 금속이 파동 에너지가 전달될 충분한 시간 없이 순간적으로 전자를 내놓는다.
2. 전자의 방출은 진동수와 관련된다.  
 $f > f_{\text{threshold}}$  이어야 전자 방출
3. current  $\propto$  intensity
4. 나오는 전자의 에너지는 빛의 세기에 무관하다.

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$$

Einstein의 해석: 빛은  $h\nu$ 의 크기를 갖는 에너지 덩어리이다.

### Compton Effect

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{h}{mc} \approx 2.4 \times 10^{-10} \text{ cm}$$

## De Broglie의 파동설

파동이라고 생각했던 빛이  $p = \frac{h}{\lambda}$ 의 모멘텀을 갖는 입자적인 성질을 나타낸다면, 입자라고 생각했던 전자가  $\lambda = \frac{h}{p}$ 의 파장을 갖는 파동적인 성질을 나타내지 않겠는가?

## Davisson and Germer의 회절실험

$$2d \sin \theta = n \cdot \lambda \quad : \text{보강간섭}$$

$$= \left( n + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda \quad : \text{소멸간섭}$$

## Bohr의 원자모형

$$1. \Delta E = h\nu \quad 2. mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = mv \frac{Ze^2}{mv^2}$$

$$v = \frac{2\pi Ze^2}{nh}$$

$$r = \frac{nh}{2\pi mv} = \frac{nh}{2\pi m} \cdot \frac{nh}{2\pi Ze^2} = \frac{(nh)^2}{(2\pi)^2 Ze^2 m} = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 Ze^2 m}$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi Ze^2}{nh}\right)^2 - \frac{4\pi^2 Ze^2 m}{n^2 h^2} Ze^2 \\
&= \frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{2n^2 h^2} - \frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{n^2 h^2} \\
&= -\frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{2n^2 h^2}
\end{aligned}$$

Fine structure constant:  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$

$$v_n = \frac{Z\alpha c}{n}$$

$$r_n = \frac{\hbar}{m_e c Z \alpha} n^2$$

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e \frac{(Z\alpha c)^2}{n^2}$$

### Bohr 이론의 문제점

1. 몇 가지 원자에 대해서만 설명이 가능.(H, He)
2. Selection Rule 설명 불가능.
3. Bohr이론에 따르면  $E_n \rightarrow E_{n-2}$ 의 전이가 가능하지만 실제로는 이에 해당하는 frequency가 나타나지 않는다.