POSTECH 이성익 교수의
양자 세계에 관한 강연
- 1장 -

편집 도우미: **POSTECH** 학부생 정윤영

Chapter 1

The Emergence of Quantum Mechanics

Classical Physics

Newtonian Mechanics

Maxwell Electromagnetics

Black Body Radiation
광전효과
Compton 효과
수소원자

→ 기존의 물리학으로 해결이 불가능
(모두 빛과 관련된 문제들이다.)

20C 물리학은 ‘빛’이란 무엇인가? 에서 출발

빛을 이해하면서 양자역학이 시작.
빛을 이해하면서 상대성 이론이 시작.

빛

파동설

입자설

Maxwell에 의해 빛의 파동방정식이 제시되면서 파동설이 인정되었지만 이후 Compton 효과, 광전효과 같이 빛의 파동설에 위배되는 여러 현상들이 발견되었다. 후에 Einstein은 빛의 입자설을 다시 제안한다.

Back Body Radiation

Black Body: 들어오는 에너지를 모두 다 흡수하는 가상의 물질.

$$u(\lambda,T)=\frac{4E(\lambda,T)}{c}$$

1984년 Wien,

$$u(\lambda,T)=\lambda^{-5}\cdot f(\lambda T)$$

$$u(\nu,T)=u(\lambda,T)\cdot\left|\frac{d\lambda}{d\nu}\right|$$

$$=u(\lambda,T)\cdot\left|\frac{d}{d\nu}\frac{c}{\nu}\right| \quad =\frac{c}{\nu^2}\cdot u(\lambda,T) \quad =\frac{c}{\nu^2}\cdot\left(\frac{c}{\nu}\right)^{-5}\cdot f\left(\frac{cT}{\nu}\right)$$

$$=\frac{\nu^3}{c^4}\cdot f\left(\frac{cT}{\nu}\right) \quad =\nu^3\cdot g\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

1. given T => any T
2. g가 maximum인 frequency

$$\frac{\nu_{\max}}{T}=const.\ \lambda_{\max}=\frac{b}{T}$$

3. Wien’s model

$$g\left(\frac{\nu}{T}\right)=c\cdot e^{-\beta\nu/T}$$

1900년 Rayleigh

$$u(\nu,T)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$ 공식을 유도해 냄.

$$k=1.380658\times10^{-23}\ J/K$$

Total energy density is infinity!

1900년 Max Planck,

$$u(\nu,T)=\frac{8\pi h}{c^3}\nu^3 e^{-h\nu/kT}\left(1-e^{-h\nu/kT}\right)^{-1}$$

$$\cong\frac{8\pi h}{c^3}\nu^3 e^{-h\nu/kT}$$

$$u(\nu,T)=\frac{8\pi h}{c^3}\nu^3\frac{e^{-h\nu/kT}}{1-e^{-h\nu/kT}}=\frac{8\pi h}{c^3}\nu^3\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT\frac{h\nu/kT}{e^{h\nu/kT}-1}$$

Total Energy

$$u(T)=\frac{8\pi h}{c^3}\int_0^\infty\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1}d\nu=\frac{8\pi h}{c^3}\int_0^\infty\frac{kT}{h}\frac{\left(\frac{kT}{h}x\right)^3}{e^x-1}dx$$

$$h\nu/kT=x\quad \nu=\frac{kT}{h}x\quad d\nu=\frac{kT}{h}dx$$

$$=\frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^4\int_0^\infty\frac{x^3}{e^x-1}dx=\frac{8\pi k^4}{h^3c^3}T^4\int_0^\infty\frac{x^3}{e^x-1}dx$$

$$\int_0^\infty\frac{x^3}{e^x-1}dx=\int_0^\infty x^3\frac{1}{e^x(1-e^{-x})}dx=\int_0^\infty x^3\frac{1}{e^x}\sum_{n=0}^\infty e^{-nx}dx$$

$$=\int_0^\infty x^3\frac{1}{e^x}\sum_{n=1}^\infty e^{-(n-1)x}dx=\int_0^\infty x^3\sum_{n=1}^\infty e^{-nx}dx$$

$$=\sum_{n=1}^\infty\int_0^\infty\left(\frac{y}{n}\right)^3e^{-y}\frac{dy}{n}=\sum_{n=1}^\infty\frac{1}{n^4}\int_0^\infty y^3e^{-y}dy$$

$$=\sum_{n=1}^\infty\frac{1}{n^4}\cdot 6=\frac{\pi^4}{15}$$

$=\alpha\cdot T^4$ (Stefan Boltzman expression)

$$\alpha=7.5662\times10^{-16}\,J/m^3\cdot K^4$$

Planck가 유도한 빛의 energy density

$$P(E) = \frac{e^{-E/kT}}{\sum e^{-E/kT}} \qquad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$\overline{E} = \sum_E E \cdot P(E) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon e^{-n\varepsilon/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon/kT}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon e^{-n\varepsilon\beta}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon\beta}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{\partial}{\partial\beta} e^{-n\varepsilon\beta}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\varepsilon\beta}}$$

$$= \frac{-\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{1}{1-e^{-\beta\varepsilon}}}{\frac{1}{1-e^{-\beta\varepsilon}}} = \frac{\frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{\left(1-e^{-\beta\varepsilon}\right)^2}}{\frac{1}{1-e^{-\beta\varepsilon}}} = \frac{\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1-e^{-\beta\varepsilon}} = \frac{\varepsilon}{e^{\beta\varepsilon}-1} = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT}-1}$$

Photoelectric Effect

1. 금속이 파동 에너지가 전달될 충분한 시간 없이 순간적으로 전자를 내 놓는다.
2. 전자의 방출은 진동수와 관련된다.

   $f > f_{threshold}$ 이어야 전자 방출
3. current $\propto$ intensity
4. 나오는 전자의 에너지는 빛의 세기에 무관하다.

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$$

Einstein의 해석: 빛은 $h\nu$의 크기를 갖는 에너지 덩어리이다.

Compton Effect

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta\right)$$

$$\frac{h}{mc} \simeq 2.4\times10^{-10}\,cm$$

De Broglie의 파동설

파동이라고 생각했던 빛이 $p = \frac{h}{\lambda}$의 모멘텀을 갖는 입자적인 성질을 나타낸다면, 입자라고 생각했던 전자가 $\lambda = \frac{h}{p}$의 파장을 갖는 파동적인 성질을 나타내지 않겠는가?

Davisson and Germer의 회절실험

$2d\sin\theta = n\cdot\lambda$: 보강간섭

$= \left(n + \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$:소멸간섭

Bohr의 원자모형

1. $\Delta E = h\nu$
2. $mvr = n\frac{h}{2\pi}$

$$\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = mv\frac{Ze^2}{mv^2}$$

$$v = \frac{2\pi Ze^2}{nh}$$

$$r = \frac{nh}{2\pi mv} = \frac{nh}{2\pi m}\cdot\frac{nh}{2\pi Ze^2} = \frac{(nh)^2}{(2\pi)^2 Ze^2 m} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 Ze^2 m}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi Ze^2}{nh}\right)^2 - \frac{4\pi^2 Ze^2 m}{n^2h^2}Ze^2$$

$$= \frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{2n^2h^2} - \frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{n^2h^2}$$

$$= -\frac{4\pi^2 Z^2 e^4 m}{2n^2h^2}$$

Fine structure constant: $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137}$

$$v_n = \frac{Z\alpha c}{n}$$

$$r_n = \frac{\hbar}{m_e c Z\alpha} n^2$$

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e \frac{(Z\alpha c)^2}{n^2}$$

Bohr 이론의 문제점

1. 몇 가지 원자에 대해서만 설명이 가능.(H, He)
2. Selection Rule 설명 불가능.
3. Bohr이론에 따르면 E_n -> E_{n-2}의 전이가 가능하지만 실제로는 이에 해당하는 frequency가 나타나지 않는다.